

ÉQUATIONS

8

I – Résolution d'équations

■ ACTIVITÉ 1 (SUR CE TD) :

1. Pour chaque opération à trou, trouve la valeur manquante :

a) $4 \times \square = 12$

b) $2 + \square = 15$

c) $18 - \square = 9$

d) $\square - 5 = 17$

e) $\square + 9 = 14$

f) $2 \times \square = 50$

g) $45 = 5 \times \square$

h) $5 + \square = -30$

En maths, quand on cherche une valeur, au lieu d'utiliser un trou, on utilise une lettre, souvent x . Ainsi, $2 + \square = 11$ s'écrit mathématiquement : $2 + x = 11$ et $5 \times \square = 15$ s'écrit : $5x = 15$.

2. Dans chaque cas, trouve la valeur de x :

i) $x + 10 = 31$

j) $5 \times x = 15$

k) $45 - x = 17$

ℓ) $2x = 60$



Définitions

Une **équation** est une égalité contenant au moins un nombre inconnu, appelée l'**inconnue** et souvent noté x : $4x = 12$; $2 + x = 15$ ou encore $45 = 5x$ sont des équations. **Résoudre une équation**, c'est trouver toutes les valeurs possibles pour l'inconnue. Ces valeurs sont les **solutions** de l'équation.



Méthode (RÉSOUTRE LES ÉQUATIONS DE LA FORME $x + a = b$)

1^{er} cas : résoudre l'équation $x + 2,8 = 4,7$.

Réponse :

le but est d'avoir x seul :
pour faire "disparaître" $+ 2,8$,
on utilise l'opération $- 2,8$

$$\begin{aligned} x + 2,8 &= 4,7 \\ x + 2,8 - 2,8 &= 4,7 - 2,8 \\ x &= 1,9 \end{aligned}$$

quand on fait une opération d'un côté du "=",
on doit faire la même de l'autre

on calcule

La solution est 1,9.

2^e cas : résoudre l'équation $x - 2,3 = 7,1$.

Réponse :

le but est d'avoir x seul :
pour faire "disparaître" $- 2,3$,
on utilise l'opération $+ 2,3$

$$\begin{aligned} x - 2,3 &= 7,1 \\ x - 2,3 + 2,3 &= 7,1 + 2,3 \\ x &= 9,4 \end{aligned}$$

quand on fait une opération d'un côté du "=",
on doit faire la même de l'autre

on calcule

La solution est 9,4.

■ EXERCICE 1 (SUR CE TD) : Complète les exemples suivants :

Résoudre $x + 6,2 = 15,5$:

$$x + 6,2 = 15,5$$

$$x + 6,2 - \dots = 15,5 - \dots$$

$$x = \dots$$

La solution est

Résoudre $x - 5 = 7,8$:

$$x - 5 = 7,8$$

$$x - 5 + \dots = 7,8 + \dots$$

$$x = \dots$$

La solution est

Résoudre $x + 14 = 11$:

$$x + 14 = 11$$

$$x + 14 - \dots = 11 - \dots$$

$$x = \dots$$

La solution est

■ EXERCICE 2 (DANS TON CAHIER) : Résous les équations suivantes :

a) $x + 7,1 = 20,6$

b) $x - 1,4 = 12,3$

c) $x - 6 = -2$

d) $x + 13 = 8$



Méthode (RÉSoudre LES ÉQUATIONS DE LA FORME $ax = b$)

1^{er} cas : résoudre $11x = 264$.

le but est d'avoir x seul :
pour faire "disparaître" le nombre
devant x , on divise par ce nombre

$$\begin{array}{rcl} 11x & = & 264 \\ \frac{11x}{11} & = & \frac{264}{11} \\ x & = & 24. \end{array}$$

quand on fait une opération d'un côté du "=",
on doit faire la même de l'autre

on calcule la valeur décimale du quotient

La solution est 24.

2^e cas : résoudre $3x = 7$.

le but est d'avoir x seul :
pour faire "disparaître" le nombre
devant x , on divise par ce nombre

$$\begin{array}{rcl} -3x & = & 7 \\ \frac{-3x}{-3} & = & \frac{7}{-3} \\ x & = & -\frac{7}{3} \end{array}$$

le résultat ne se termine pas, on garde la
fraction affichée sur la calculatrice

La solution est $-\frac{7}{3}$ (on recopie donc le résultat de la calculatrice *sans arrondir*).

■ EXERCICE 3 (SUR CE TD) : Complète les exemples suivants :

Résoudre $8x = 48$:

$$\begin{array}{rcl} 8x & = & 48 \\ \frac{8x}{8} & = & \frac{48}{8} \\ \dots\dots & & \dots\dots \\ x & = & \dots\dots \end{array}$$

La solution est

Résoudre $7x = 30$:

$$\begin{array}{rcl} 7x & = & 30 \\ \frac{7x}{7} & = & \frac{30}{7} \\ \dots\dots & & \dots\dots \\ x & = & \dots\dots \end{array}$$

La solution est

Résoudre $-9x = 25$:

$$\begin{array}{rcl} -9x & = & 25 \\ \frac{-9x}{-9} & = & \frac{25}{-9} \\ \dots\dots & & \dots\dots \\ x & = & \dots\dots \end{array}$$

La solution est

■ EXERCICE 4 (SUR CE TD) : Résous les équations suivantes :

a) $2x = 18$

b) $4x = 30$

c) $11x = 35$

d) $-6x = 7$

e) $-8x = 72$

La solution
est

La solution
est

La solution
est

La solution
est

La solution
est



Méthode (RÉSoudre LES ÉQUATIONS DE LA FORME $ax + b = c$)

On veut résoudre l'équation $4x - 5 = 19$:

1^{re} étape :
on ne veut que des x
à gauche du =

$$\begin{array}{rcl} 4x - 5 & = & 19 \\ 4x - 5 + 5 & = & 19 + 5 \\ 4x & = & 24 \\ \frac{4x}{4} & = & \frac{24}{4} \\ x & = & 6. \end{array}$$

on doit faire "disparaître" le "-5"

2^e étape :
on veut x tout seul

on simplifie par le nombre devant x

La solution est 6.

■ **EXERCICE 5 (SUR CE TD) :** Complète les exemples suivants :

Résoudre $8x - 1 = 11$:

$$\begin{aligned} 8x - 1 &= 11 \\ 8x - 1 + \dots &= 11 + \dots \\ 8x &= \dots \\ \frac{8x}{\dots} &= \frac{12}{8} \\ x &= \dots \end{aligned}$$

La solution est

Résoudre $5x + 3 = 38$:

$$\begin{aligned} 5x + 3 &= 38 \\ 5x + 3 - \dots &= 38 - \dots \\ 5x &= \dots \\ \frac{5x}{\dots} &= \frac{35}{\dots} \\ x &= \dots \end{aligned}$$

La solution est

Résoudre $7x + 2 = 10$:

$$\begin{aligned} 7x + 2 &= 10 \\ 7x + 2 - \dots &= 10 - \dots \\ 7x &= \dots \\ \frac{7x}{\dots} &= \frac{\dots}{\dots} \\ x &= \dots \end{aligned}$$

La solution est

■ **EXERCICE 6 (DANS TON CAHIER) :** Résous les équations suivantes :

a) $6x - 4 = 26$

b) $11x + 3 = 15$

c) $7x - 4 = 0$

d) $5x + 8 = 1$

■ **EXERCICE 7 (DANS TON CAHIER) :** Résous les équations suivantes :

a) $8x = 96$

b) $13x = 8$

c) $x + 10,4 = 20$

d) $x - 2,4 = 9,8$

e) $9x + 3 = 30$

f) $20x - 4 = 30$

g) $5x - 45 = 0$

h) $7x + 15 = 0$

II – Vérifier si un nombre est solution d'une équation

■ **ACTIVITÉ 2 (SUR CE TD) :**

On a calculé l'expression $x^2 - 12$ pour différentes valeurs de x , voici les résultats obtenus :

x	$x^2 - 12$
-2	-8
-1	-11
0	-12
1	-11
2	-8
3	-3
4	4
5	13

Utilise le tableau pour :

1. Trouver une solution de l'équation

$x^2 - 12 = -3$:

2. Trouver une solution de l'équation

$x^2 - 12 = 13$:

3. Trouver les solutions de l'équation

$x^2 - 12 = -8$:

On a calculé l'expression $2x^2 - 3x + 5$ pour différentes valeurs de x , voici les résultats obtenus :

x	$2x^2 - 3x + 5$
-2	19
-1	
0	
1	
2	7
3	14
4	25
5	40

Complète ce tableau, puis utilise-le pour :

1. Trouver la solution de l'équation

$2x^2 - 3x + 5 = 4$:

2. Trouver la solution de l'équation

$2x^2 - 3x + 5 = 14$:

3. Trouver les solutions de l'équation

$10 = 2x^2 - 3x + 5$:



Remarque

Certaines équations ne peuvent pas être résolues au collège, il faudra donc se contenter de tester l'égalité. Attention cependant car en général, il existe plusieurs solutions à ces équations : par exemple à gauche, on a aussi $x = -3$ dans la question 1, $x = -5$ dans la question 2 ; à droite, on trouve $x = 0,5$ pour la question 1 et $x = -1,5$ pour la question 2 !



Méthode (VÉRIFIER SI UN NOMBRE EST SOLUTION D'UNE ÉQUATION)

1^{er} cas (oui) : Le nombre 5 est-il solution de l'équation $10x - 23 = 27$?

Réponse :

$$\begin{aligned} 10x - 23 &= 10 \times 5 - 23 \quad \leftarrow \text{on remplace } x \text{ par la valeur à tester} \\ &= 27. \quad \leftarrow \text{on calcule} \end{aligned}$$

Il y a égalité, donc 5 est solution de l'équation $10x - 23 = 27$. $\leftarrow$ on conclut

2^e cas (non) : Le nombre 3 est-il solution de l'équation $8x + 4 = 25$?

Réponse :

$$\begin{aligned} 8x + 4 &= 8 \times 3 + 4 \quad \leftarrow \text{on remplace } x \text{ par la valeur à tester} \\ &= 28. \quad \leftarrow \text{on calcule} \end{aligned}$$

Il n'y a pas égalité, donc 3 n'est pas solution de l'équation $8x + 4 = 25$. $\leftarrow$ on conclut

■ **EXERCICE 8 (SUR CE TD) :** Utilise les explications de la page précédente pour compléter les exemples suivants :

Exemple 1 :

Le nombre 2 est-il solution de l'équation $4x - 15 = 1$?

$$\begin{aligned} 4x - 15 &= 4 \times 2 - 15 \\ &= \dots \end{aligned}$$

Il n'y a pas égalité, donc

.....

Le nombre 2 est-il solution de l'équation $3x + 2 = 5$?

$$\begin{aligned} 3x + 2 &= \dots + 2 \\ &= \dots \end{aligned}$$

.....

.....

Exemple 2 : le nombre 11 est-il solution de l'équation $4x + 15 = 6x - 7$?

On calcule séparément (car il y a un x de chaque côté du "=") :

• D'une part, $4x + 15 = 4 \times \dots + 15 = \dots$,

• D'autre part, $6x - 7 = \dots - 7 = \dots$

....., donc 11 est solution de cette équation.

■ **EXERCICE 9 (DANS TON CAHIER) :**

1. Le nombre 5 est-il solution de l'équation $4x - 2 = 8$?
2. Le nombre 6 est-il solution de l'équation $x^2 - 8 = 28$?
3. Le nombre 2 est-il solution de l'équation $4x - 1 = 3x + 1$?
4. Le nombre -3 est-il solution de l'équation $5x + 4 = 3x + 10$?

III — Mise en équation

■ **EXERCICE 10 (DANS TON CAHIER) :** Une entreprise vend des calculatrices 15 € l'unité. On cherche combien de calculatrices elle doit vendre pour encaisser 930 €.

1. On note x le nombre de calculatrices vendues par l'entreprise. Recopie l'expression qui correspond à l'argent que va encaisser cette entreprise :

a) 15 €

b) $15x$ €

c) $15 + x$ €

2. Recopie et complète la phrase suivante : « On cherche la valeur de x telle que $15x = \dots$ ».

3. Résous l'équation $15x = 930$.

4. Combien de calculatrices doit vendre l'entreprise pour encaisser 930 € ?



Exercice ① (sur ce TD)

Pour chaque question, entoure la bonne réponse :

- Quand $u = -3$, l'expression $2u^2 - 7$ est égale à :
 a) -1 b) -25 c) 11
- L'expression $2x^2 - 4x + 10x$ est égale à :
 a) 8 b) $8x^2$ c) $2x^2 - 14x$ d) $2x^2 + 6x$
- Arthur vide sa tirelire et constate qu'il possède 21 billets. Il a des billets de 5 € et des billets de 10 €. Si on note x le nombre de billets de 5 €, le nombre de billets de 10 € est :
 a) 21 b) $21x$ c) $21 - x$ d) $21 + x$



Exercice ② (dans ton cahier)

Données :

$$DL = 7,5 \text{ cm}$$

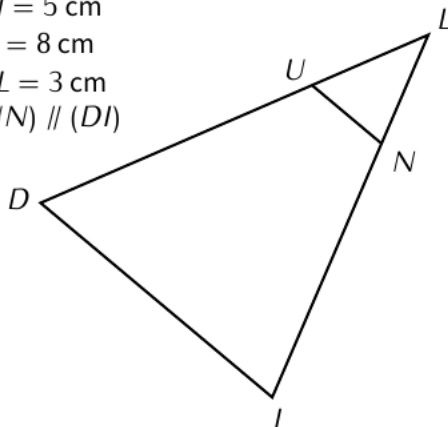
$$DI = 5 \text{ cm}$$

$$LI = 8 \text{ cm}$$

$$UL = 3 \text{ cm}$$

$$(UN) \parallel (DI)$$

a)



Calcule UN .

b)

Données :

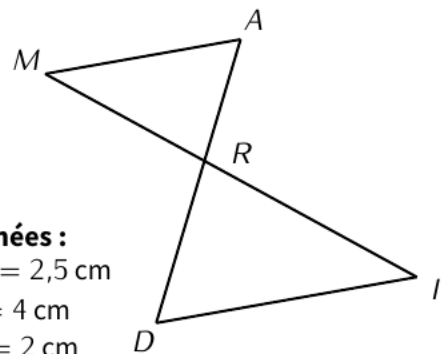
$$MR = 2,5 \text{ cm}$$

$$RI = 4 \text{ cm}$$

$$AR = 2 \text{ cm}$$

$$ID = 5 \text{ cm}$$

$$(MA) \parallel (DI)$$

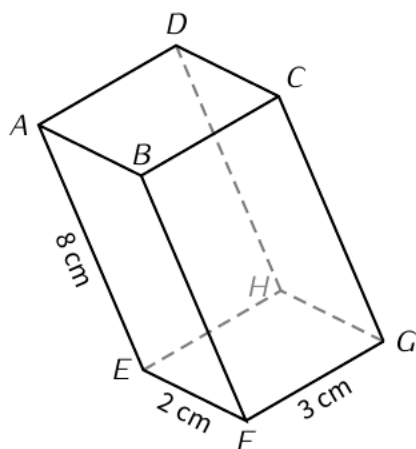


Calcule RD .

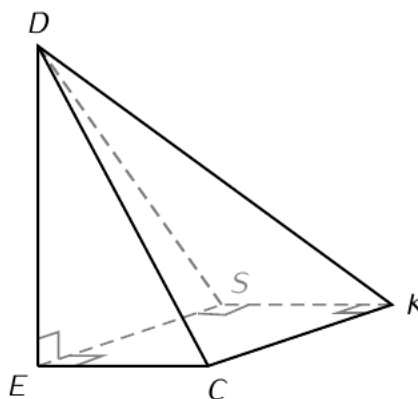


Exercice ③ (dans ton cahier)

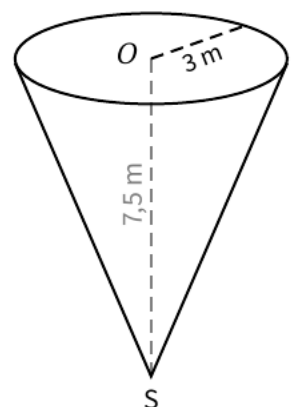
Calcule le volume des solides suivants (on arrondira au dixième si nécessaire) :



$ABCDEFGH$ est un pavé droit.



$DECKS$ est une pyramide à base rectangulaire telle que $DE = 7 \text{ m}$, $EC = 4 \text{ m}$ et $CK = 5 \text{ m}$.



☀ Exercice ④ (dans ton cahier)

☁ Résous les équations suivantes :

a) $4x = 52$

b) $x + 7 = 80$

c) $x - 5 = 21$

d) $3x = 50$

e) $4x + 9 = 53$

f) $5x - 12 = 23$

g) $11x - 4 = 20$

h) $20x + 15 = 0$

☀ Exercice ⑤ (dans ton cahier)

☁ Calcule (en détaillant) et donne le résultat sous forme irréductible :

$A = \frac{7}{2} \div \frac{4}{3}$

$B = \frac{2}{5} + 8$

$C = \frac{12}{8} \div 11$

$D = \frac{\frac{1}{2} + \frac{3}{5}}{\frac{3}{4}}$

☀ Exercice ⑥ (dans ton cahier)

- ☁
1. Le nombre 5 est-il solution de l'équation $7x - 2 = 4x + 13$?
 2. Le nombre 3 est-il solution de l'équation $2x^2 - 7 = 8$?
 3. Le nombre -2 est-il solution de l'équation $3x^2 + 5x + 1 = -21$?

☀ Exercice ⑦ (dans ton cahier)

☁ Yasmine a 85 € sur son Livret A, placés à 1,75% (= on gagne 1,75% de la somme au bout d'un an).

1. Calcule les intérêts au bout d'un an (= ce qu'on gagne à la fin de l'année).
2. Calcule la somme que Yasmine aura sur son Livret A au bout d'un an.
3. Calcule la somme que Yasmine aura sur son Livret A au bout de deux ans.

☀ Exercice ⑧ (sur ce TD)

☁ L'abonnement à un club de tennis coûte 60 € par an et on paie 5 € pour chaque heure de jeu. On cherche combien d'heures on pourra jouer au maximum dans l'année avec 247 €.

1. On note x le nombre d'heures jouées dans l'année. Entoure l'expression qui correspond à ce qu'on va payer au final :

a) 65 €

b) $65x$ €

c) $60 + 5x$ €

d) $60x + 5$ €

2. Complète la phrase suivante : « Pour savoir combien d'heures on peut jouer avec 247 €, on doit trouver x tel que = 247. »
3. Résous l'équation $60 + 5x = 247$.

4. Combien d'heures dans l'année peut-on jouer au maximum dans ce club avec 247 €?

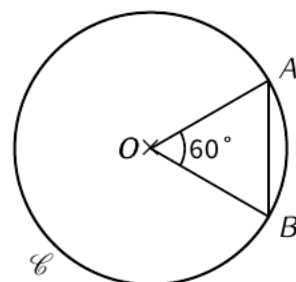
.....

☀ Exercice ⑨ (dans ton cahier)

☁ Sur la figure ci-contre, O est le centre du cercle $\mathcal{C}$ de rayon 5 cm.

A et B sont des points du cercle $\mathcal{C}$ tels que $\widehat{AOB} = 60^\circ$.

Montre que le triangle AOB est un triangle équilatéral.





Exercice ⑩ (dans ton cahier)

Cécile passe devant un cybercafé qui propose les trois tarifs suivants pour accéder à Internet :

Tarif A : abonnement 25 € par mois pour une connexion illimitée.

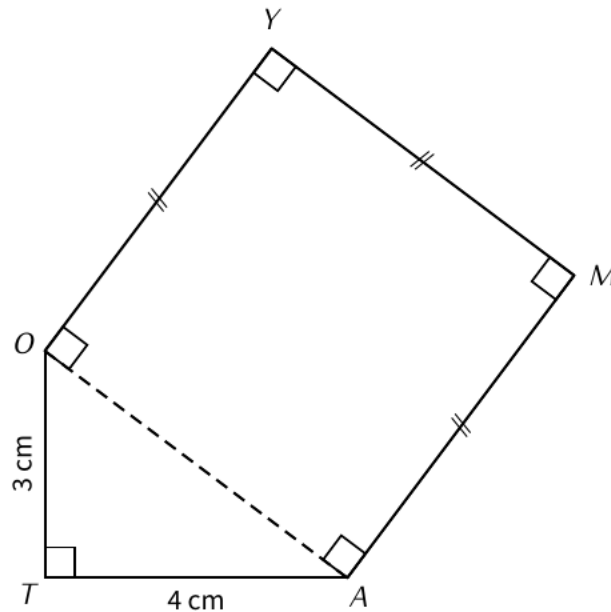
Tarif B : 1,50 € par heure de connexion.

Tarif C : abonnement 14 € par mois, puis 0,50 € par heure de connexion.

1. Au mois de mai, Cécile compte se connecter 6 h dans ce cybercafé.
Calcule le prix qu'elle devrait payer **pour chacun des trois tarifs** proposés.
2. Cécile a finalement choisi le Tarif C.
 - (a) Combien va-t-elle payer si elle se connecte x heures durant le mois de mai ?
 - (b) Combien de temps Cécile pourra-t-elle se connecter à Internet durant le mois de mai avec un budget de 25 € ? Justifie.



Exercice ⑪ (dans ton cahier)



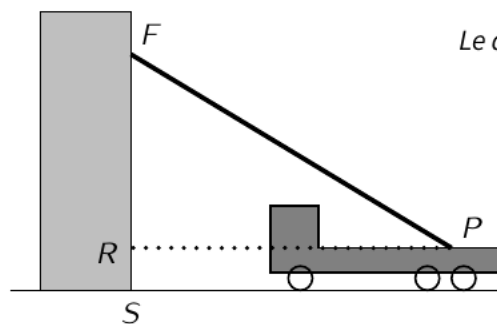
Calcule le périmètre **et** l'aire de la figure $TAYO$.



Exercice ⑫ (dans ton cahier)

Lors d'une intervention, les pompiers doivent atteindre une fenêtre F située à 18 m au-dessus du sol en utilisant leur grande échelle $[PF]$. Ils doivent prévoir les réglages de l'échelle.

Le pied P de l'échelle est situé sur le camion à 1,5 m du sol et à 10 m de l'immeuble.



Le dessin n'est pas réalisé à l'échelle.

$$RP = 10 \text{ m}$$

$$RS = 1,5 \text{ m}$$

$$FS = 18 \text{ m}$$

1. D'après les informations ci-dessus, déterminer la longueur RF .
2. L'échelle a une longueur maximale de 25 m. Sera-t-elle assez longue pour atteindre la fenêtre F ?