

الصفحة	الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا المسالك الدولية الدورة العادية 2020 - الموضوع -		المملكة المغربية وزارة التربية الوطنية والتكوين المهني والتعليم العالي والبحث العلمي المركز الوطني للتقويم والامتحانات	
1				
4				
**				
SSSSSSSSSSSSSSSSSSSSSSSSSSSSSS		NS 22F		
3	مدة الإنجاز	الرياضيات		المادة
7	المعامل	شعبة العلوم التجريبية مسلك علوم الحياة والأرض ومسلك العلوم الفيزيائية (خيار فرنسية)		الشعبة أو المسلك

INSTRUCTIONS GENERALES

- ✓ L'utilisation de la calculatrice non programmable est autorisée ;
- ✓ Le candidat peut traiter les exercices de l'épreuve suivant l'ordre qui lui convient ;
- ✓ L'utilisation de la couleur rouge lors de la rédaction des solutions est à éviter.

COMPOSANTES DU SUJET

L'épreuve est composée de trois exercices et un problème indépendants entre eux et répartis suivant les domaines comme suit :

Exercice 1	Suites numériques	4 points
Exercice 2	Nombres complexes	5 points
Exercice 3	Limites, dérivabilité et calcul intégral	4 points
Problème	Etude d'une fonction numérique	7 points

- ✓ On désigne par $\bar{z}$ le conjugué du nombre complexe z
- ✓ $\ln$ désigne la fonction logarithme népérien

الصفحة		2		NS 22F		الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا - الدورة العادية 2020 - الموضوع		- مادة: الرياضيات- شعبة العلوم التجريبية مسلك علوم الحياة والأرض ومسلك العلوم الفيزيائية (خيار فرنسية)	
4									
Exercice 1 : (4 points)									
Soit (u_n) la suite numérique définie par : $u_0 = \frac{3}{2}$ et $u_{n+1} = \frac{2u_n}{2u_n + 5}$ pour tout n de $\mathbb{N}$									
0.25	1) Calculer u_1								
0.5	2) Montrer par récurrence que pour tout n de $\mathbb{N}$, $u_n > 0$								
1	3)a) Montrer que pour tout n de $\mathbb{N}$, $0 < u_{n+1} \leq \frac{2}{5}u_n$								
	puis en déduire que pour tout n de $\mathbb{N}$, $0 < u_n \leq \frac{3}{2}\left(\frac{2}{5}\right)^n$								
0.5	b) Calculer $\lim u_n$								
	4) On considère la suite numérique (v_n) définie par $v_n = \frac{4u_n}{2u_n + 3}$ pour tout n de $\mathbb{N}$.								
0.75	a) Montrer que (v_n) est une suite géométrique de raison $\frac{2}{5}$								
1	b) Déterminer v_n en fonction de n et en déduire u_n en fonction de n pour tout n de $\mathbb{N}$.								
Exercice 2 : (5 points)									
	1) Dans l'ensemble $\square$ des nombres complexes, on considère l'équation :								
	$(E) : z^2 - 2(\sqrt{2} + \sqrt{6})z + 16 = 0$								
0.5	a) Vérifier que le discriminant de l'équation (E) est $\Delta = -4(\sqrt{6} - \sqrt{2})^2$								
1	b) En déduire les solutions de l'équation (E) .								
	2) Soient les nombres complexes $a = (\sqrt{6} + \sqrt{2}) + i(\sqrt{6} - \sqrt{2})$, $b = 1 + i\sqrt{3}$ et $c = \sqrt{2} + i\sqrt{2}$								
0.75	a) Vérifier que $b\bar{c} = a$, puis en déduire que $ac = 4b$								
0.5	b) Ecrire les nombres complexes b et c sous forme trigonométrique.								
0.5	c) En déduire que $a = 4\left(\cos \frac{\pi}{12} + i \sin \frac{\pi}{12}\right)$								
	3) Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$, on considère les points B, C et D d'affixes respectives b, c et d telle que $d = a^4$. Soit z l'affixe d'un point M du plan et z' l'affixe de M' image de M par la rotation R de centre O et d'angle $\frac{\pi}{12}$								
0.5	a) Vérifier que $z' = \frac{1}{4}az$								
0.25	b) Déterminer l'image du point C par la rotation R								
0.25	c) Déterminer la nature du triangle OBC .								
0.75	d) Montrer que $a^4 = 128b$ et en déduire que les points O, B et D sont alignés								

الصفحة 3 4	NS 22F	الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا - الدورة العادية 2020 - الموضوع - مادة: الرياضيات- شعبة العلوم التجريبية مسلك علوم الحياة والأرض ومسلك العلوم الفيزيائية (خيار فرنسية)	
0.5 0.5 0.5 1 0.75 0.75		Exercice 3 : (4 points) On considère la fonction numérique g définie sur $]0, +\infty[$ par $g(x) = 2\sqrt{x} - 2 - \ln x$ 1)a) Montrer que pour tout x de $]0, +\infty[$, $g'(x) = \frac{\sqrt{x}-1}{x}$ b) Montrer que g est croissante sur $[1, +\infty[$ c) en déduire que pour tout x de $[1, +\infty[$, $0 \leq \ln x \leq 2\sqrt{x}$ (remarquer que $2\sqrt{x} - 2 \leq 2\sqrt{x}$) d) Montrer que pour tout x de $[1, +\infty[$, $0 \leq \frac{(\ln x)^3}{x^2} \leq \frac{8}{\sqrt{x}}$ et en déduire $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(\ln x)^3}{x^2}$ 2) a) Montrer que la fonction $G : x \mapsto x \left(-1 + \frac{4}{3}\sqrt{x} - \ln x \right)$ est une primitive de g sur $]0, +\infty[$ b) Calculer l'intégrale $\int_1^4 g(x)dx$	
0.5 0.5 0.75 0.5 0.5 0.75 0.5 1		Problème : (7 points) On considère la fonction numérique f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -x + \frac{5}{2} - \frac{1}{2}e^{x-2}(e^{x-2} - 4)$ et (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}; \vec{j})$ (unité : 2cm) 1) Montrer que $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$ 2) a) Démontrer que la droite (Δ) d'équation $y = -x + \frac{5}{2}$ est une asymptote à la courbe (C) au voisinage de $-\infty$ b) Résoudre l'équation $e^{x-2} - 4 = 0$ puis montrer que la courbe (C) est au dessus de (Δ) sur l'intervalle $]-\infty, 2 + \ln 4]$ et en dessous de (Δ) sur l'intervalle $[2 + \ln 4, +\infty[$ 3) Montrer que $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = -\infty$ puis interpréter géométriquement le résultat 4) a) Montrer que pour tout x de $\mathbb{R}$ $f'(x) = -(e^{x-2} - 1)^2$ b) Dresser le tableau de variations de la fonction f 5) Calculer $f''(x)$ pour tout x de $\mathbb{R}$ puis montrer que $A(2, 2)$ est un point d'inflexion de (C) 6) Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique α telle que $2 + \ln 3 < \alpha < 2 + \ln 4$ 7) Construire (Δ) et (C) dans le repère $(O, \vec{i}; \vec{j})$ ci-dessous (on prend $\ln 2 \approx 0,7$ et $\ln 3 \approx 1,1$)	

الصفحة 4	NS 22F	الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا - الدورة العادية 2020 - الموضوع - مادة: الرياضيات- شعبة العلوم التجريبية مسلك علوم الحياة والأرض ومسلك العلوم الفيزيائية (خيار فرنسية)	
0.5		8) a) Montrer que la fonction f admet une fonction réciproque f^{-1} définie sur $\mathbb{R}$	
0.75		b) Construire dans le même repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$ la courbe représentative de la fonction f^{-1} (remarquer que la droite (Δ) est perpendiculaire à la première bissectrice du repère)	
0.5		c) Calculer $(f^{-1})'(2 - \ln 3)$ (Remarquer que $f^{-1}(2 - \ln 3) = 2 + \ln 3$)	