

درس : تقديم الأعداد الحقيقية

ذ : ياسنى نور الدين

سؤال 1 :

احسب المسافة AB في كل حالة ؛ حالة 1: $AB^2 = 9$ ؛ حالة 2: $AB^2 = 25$ ؛ حالة 3: $AB^2 = 7$ (اتبع الحل 😊)

1- لدينا $AB^2 = 9$ يعني $AB^2 = 3^2$ ومنه $AB = 3$ (لدينا $9 = 3^2$ نقول إن 9 مربع كامل)

2- لدينا $AB^2 = 25$ يعني $AB^2 = 5^2$ ومنه $AB = 5$ (25 مربع كامل)

3- لدينا $AB^2 = 7$ يعني $AB^2 = ?^2$ **مشكلة !!** لا أعرف عدد مربعه 7 ؟؟ 😞 (7 ليس مربع كامل) ما العمل ؟؟

بسيطة 😊 ، في مثل هذه الحالة لتحديد قيمة AB يكفي إضافة الرمز : $\sqrt{\quad}$ للعدد 7 أي : $AB = \sqrt{7}$ ، فهتمت ؟؟ 😊

وهذا يعني أن : $(\sqrt{7})^2 = 7$ لأن : $AB^2 = (\sqrt{7})^2$ تعني أن : $AB = \sqrt{7}$ ، العدد $\sqrt{7}$ يقرأ **جذر مربع 7** ، وهو ليس

بعدد عشري نسبي ولا جذري وإنما يسمى **عدد حقيقي** (اسم جديد ، كل عدد يحتوي على هذا الرمز يسمى **عدد حقيقي** 😊)

أمثلة : x عدد موجب ، **(1-)** لدينا $x^2 = 15$ يعني $x^2 = (\sqrt{15})^2$ ومنه $x = \sqrt{15}$.

(2-) لدينا $x^2 = 3$ تعني $x = \sqrt{3}$ ؛ **(3-)** لدينا $x^2 = \frac{8}{3}$ يعني $x = \sqrt{\frac{8}{3}}$ ؛ **(4-)** لدينا $x^2 = 1,8$ يعني $x = \sqrt{1,8}$

خلاصة 1 :

a عدد موجب ، **لدينا** : $(\sqrt{a})^2 = a$ و $a = (\sqrt{a})^2$ ، العدد $\sqrt{a}$ يسمى **جذر مربع العدد a** ومربعه هو a

يعني إذا كان : $x^2 = a$ (x موجب) فإن $x = \sqrt{a}$ 😊 .

لا حظ أنه في $x^2 = a$ أن أس x زوجي يعني أن x^2 موجب دائما وهذا يفرض على a أن يكون موجبا دائما لأنهما متساويان

ونعلم أن a متواجد داخل الجذر ، من هنا سنستخرج شرط مهم للجذر المربع وهو أن داخله يحتوي على أعداد **موجبة فقط** ؟؟ **جيد** ▲

ملاحظة : الكتابة $(\sqrt{a})^2$ مثلها مثل الكتابة $\sqrt{a^2}$ (انتبه ▲ : الأس فوق الجذر المربع وليس داخله كما سنرى لاحقا ، فهناك اختلاف)

أمثلة : $(\sqrt{6})^2 = 6$ ؛ $\left(\sqrt{\frac{4}{3}}\right)^2 = \frac{4}{3}$ ؛ $\sqrt{54^2} = 54$ ؛ $8 = (\sqrt{8})^2$ ؛ $11 = \sqrt{11^2}$ ؛ $\sqrt{-5}$ **5- سالب** ▲

؛ $\frac{9}{2,5} = \sqrt{\frac{9}{2,5}}$ ؛ $\sqrt{-3^2}$ فهو **غير موجود** ▲ لأن -3 عدد سالب لا يمكن وضعه داخل الجذر المربع ؟؟ !!

سؤال 2: اكتب على شكل مربع بطريقتين مختلفتين العدد 9 (ركز مع الحل 😊)

من جهة : $9 = 3^2$ ، ومن جهة أخرى باستعمال الجذر المربع : $9 = (\sqrt{9})^2$ ، سهلة ، أليس كذلك ؟؟ 😊

بمقارنة الطريقتين سنجد أن $9 = (\sqrt{9})^2 = 3^2$ تعني $(\sqrt{9})^2 = 3^2$ بإزالة الأسين (2) نحصل على : $\sqrt{9} = 3$ ، هل فهمت ؟ 😊

لنستمر ، في العلاقة: $\sqrt{9} = 3$ سنعوّض 9 الموجودة داخل الجذر بـ 3^2 أي : $\sqrt{3^2} = 3$ (الأس داخل الجذر ▲) يعني

نتيجة أخرى هي : $\sqrt{3^2} = 3$ (إزالة الأس ^{2} و رمز الجذر حتى وإن كان الأس داخل الجذر المربع كما رأينا في الأول ▲)

خلاصة 2:

a عدد موجب ، **لدينا** $\sqrt{a^2} = a$ (تذكر أن الكتابتين $\sqrt{a^2}$ و $\sqrt{a}^2$ **مختلفتين** رغم أن لهما غالباً نفس النتيجة وهي a)

نعلم أن : $(-a)^2 = a^2$ تابع ... هل هذا صحيح $\sqrt{(-a)^2} = -a$ ؟؟ **خطأ** ▲ ، لأن النتيجة سالبة و الجذر

المربع يعطي دائماً نتيجة **موجبة** ، **هل فهمت ؟** (قليلًا 😊) ، لكن ما هو الجواب الصحيح ؟ **حسناً :** $\sqrt{(-a)^2} = \sqrt{a^2} = a$

◀ نتخلص أولاً من إشارة "-" لأن الأس ^{2} زوجي وبعدها نزيل الأس والجذر حسب الخلاصة ، **هذا كل ما في الأمر** 😊 .

أمثلة : $\sqrt{7^2} = 7$ و $\sqrt{\left(\frac{1}{5}\right)^2} = \frac{1}{5}$ و $\sqrt{4} = \sqrt{2^2} = 2$ و $\sqrt{16} = \sqrt{4^2} = 4$ و $\sqrt{100} = 10$

$\sqrt{\frac{25}{9}} = \sqrt{\left(\frac{5}{3}\right)^2} = \frac{5}{3}$ و $\sqrt{(-6)^2} = \sqrt{6^2} = 6$ و ليس "-6" و $\sqrt{1} = 1$ و $\sqrt{0} = 0$ و ... **فهمت !!** 😊

ملاحظات : a عدد موجب وغير منعدم ($a > 0$)

1- **مقابل** العدد $\sqrt{a}$ هو العدد " $-\sqrt{a}$ " **انتبه** ▲ : إشارة "-" توجد أمام الجذر و في الخارج وليس داخله !!؟؟

2- **مقلوب** العدد $\sqrt{a}$ هو العدد $\frac{1}{\sqrt{a}}$

تسمية :

سبق وأن قلنا بأن كل عدد فيه الجذر المربع يسمى عدد حقيقي مثل $\sqrt{2}$ و $\sqrt{2,5}$ أعداد حقيقية ، ومع كون $\sqrt{25} = 5$

فهذا يعني أن **الأعداد الصحيحة الطبيعية هي أيضاً أعداد حقيقية وكذلك الأعداد العشرية النسبية والجذرية هي أعداد حقيقية**

أمثلة لأعداد حقيقية : $0, 5, -3, 6, 7, \frac{2}{3}$ و $\frac{6,4}{-8}, \sqrt{19}, \sqrt{22,41}, -\sqrt{5}, \frac{\sqrt{19}}{5}, \frac{-\sqrt{5}}{\sqrt{6}}, \frac{-7}{-\sqrt{3}}, \dots$

تطبيقات:

لا تقلق!! فهذه الصفحة لا تحتوي على خاصيات أخرى ، وإنما على أمثلة ستجيب عليها لنرى مدى درجة فهمك للدرس ، لنبدأ 😊

1- أتمم : (x عدد موجب) لدينا $x^2 = 36$ تعني $x^2 = \dots$ إذن $x = \dots$ ؛؛؛؛ لدينا $x^2 = 5$ إذن $x = \dots$.

لدينا $x^2 = 17$ إذن $x = \dots$ ؛؛؛؛ لدينا $x^2 = -3$ تعني إذن $x = \dots$ ؛؛؛؛ لدينا $x^2 = \frac{5}{3}$ إذن $x = \dots$.

$$\frac{6}{5} = \dots^2 \quad ; \quad 8 = \dots^2 \quad ; \quad (\sqrt{\sqrt{7}})^2 = \dots \quad ; \quad \sqrt{\frac{10}{4}} = \dots \quad ; \quad \sqrt{13} = \dots \quad ; \quad (\sqrt{-6})^2 = \dots \quad ; \quad (\sqrt{2})^2 = \dots$$

؟؟؟ الأسئلة سهلة باستثناء $(\sqrt{\sqrt{7}})^2 = \dots$ لم أفهم !!؟ 😊 **الجواب سهل** ، يكفي إزالة الأس ^{2} مع رمز الجذر المربع

الموجود في الخارج مادام أن داخله وهو " $\sqrt{7}$ " عدد موجب ، أي : $(\sqrt{\sqrt{7}})^2 = \sqrt{7}$ **جيد فهمت** 😊 ، لننتقل إلى 2

$$\sqrt{-4} = \dots \quad ; \quad \sqrt{\frac{1}{4}} = \dots \quad ; \quad \sqrt{(-6)^2} = \dots \quad ; \quad \sqrt{49} = \dots \quad ; \quad \sqrt{\left(\frac{9}{2}\right)^2} = \dots \quad ; \quad \sqrt{11^2} = \dots$$

لا مشكلة !!؟ 😊 يكفي أن نكتب العدد داخل الجذر المربع على شكل $(\dots)^2$ ثم نزيل الأس ^{2} مع رمز الجذر المربع ، لاحظ أن هناك سؤالين متشابهين "**النجمتين**" بالأحمر " ما الفرق بينهما ؟؟؟؟" في الأول : الأس خارج الجذر كما أن هناك

عدد سالب داخل الجذر المربع إذا لا يمكن حسابه $(\sqrt{-6})^2 = \dots$ نفس الشيء مع $\sqrt{-6^2} = \dots$ أما في الحالة الثانية

فالأس ^{2} داخل الجذر وهنا سيقوم الأس بإزالة "-" داخل الجذر فتصبح صحيحة : $\sqrt{(-6)^2} = \sqrt{6^2} = 6$ ، انتهينا 😊

بصفة عامة (تذكير): a عدد موجب

$$<< \quad (\sqrt{-a})^2 = \sqrt{-a^2}$$

في داخل الجذر يوجد عدد سالب وهو $(-a)$ وهذا غير ممكن ▲ !!؟

$$<< \quad \sqrt{(-a)^2} = \sqrt{a^2} = a \quad \text{وإنما} \quad \sqrt{(-a)^2} \neq -a$$