

تعليمات عامة

- ✓ يسمح باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة؛
- ✓ يمكن للمترشح إنجاز تمارين الامتحان حسب الترتيب الذي يناسبه؛
- ✓ ينبغي تفادي استعمال اللون الأحمر عند تحرير الأجوبة.

مكونات الموضوع

يتكون الموضوع من ثلاثة تمارين ومسألة، مستقلة فيما بينها، وتتوزع حسب المجالات كما يلي:

التمرين الأول	الهندسة الفضائية	3 نقط
التمرين الثاني	الأعداد العقدية	3 نقط
التمرين الثالث	حساب الاحتمالات	3 نقط
المسألة	دراسة الدوال العددية وحساب التكامل والمتتاليات العددية	11 نقطة

- ✓ نمزب $\bar{z}$ لمرافق العدد العقدي z وب $|z|$ لمعياره،
✓ $\ln$ يرمز لدالة اللوغارتم النيبري.

الصفحة	2	NS 22	الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا - الدورة العادية 2023 - الموضوع	↔σ
4			- مادة: الرياضيات- شعبة العلوم التجريبية مسلك علوم الحياة والأرض ومسلك العلوم الفيزيائية ومسلك العلوم الزراعية	ψμ

التمرين الأول (3 نقط):

في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ ، نعتبر النقط $A(0,1,4)$ و $B(2,1,2)$ و $C(2,5,0)$ و $\Omega(3,4,4)$	
(أ) بين أن $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC} = 4(2\vec{i} + \vec{j} + 2\vec{k})$	0.25
(ب) استنتج مساحة المثلث ABC والمسافة $d(B, (AC))$	0.5
(2) لتكن D منتصف القطعة $[AC]$	
(أ) تحقق أن $\overrightarrow{D\Omega} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC})$	0.25
(ب) استنتج أن $d(\Omega, (ABC)) = 3$	0.5
(3) لتكن (S) الفلكة ذات المعادلة $x^2 + y^2 + z^2 - 6x - 8y - 8z + 32 = 0$	
(أ) حدد مركز وشعاع الفلكة (S)	0.5
(ب) بين أن المستوى (ABC) مماس للفلكة (S) في نقطة ينبغي تحديدها	0.5
(4) ليكن (Q_1) و (Q_2) المستويين الموازيين لـ (ABC) بحيث يقطع كل واحد منهما (S) وفق دائرة شعاعها $\sqrt{5}$	0.5
حدد معادلة ديكارتية لكل من المستويين (Q_1) و (Q_2)	

التمرين الثاني (3 نقط):

في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O, \vec{u}, \vec{v})$ ، نعتبر النقط A و B و C و D	
التي ألحاقها على التوالي $a = \sqrt{2} + i\sqrt{2}$ و $b = 1 + \sqrt{2} + i$ و $c = \bar{b}$ و $d = 2i$	
(1) أكتب العدد العقدي a على الشكل المثلثي	0.25
(2) أ) تحقق أن $b - d = c$	0.25
(ب) بين أن $(\sqrt{2} + 1)(b - a) = b - d$ واستنتج أن النقط A و B و D مستقيمية	0.5
(3) أ) تحقق أن $ac = 2b$	0.25
(ب) استنتج أن $2\arg(b) \equiv \frac{\pi}{4} [2\pi]$	0.5
(4) نعتبر الدوران R الذي مركزه O وزاويته $\frac{\pi}{4}$ ، والذي يحول كل نقطة M ذات اللق z ، من المستوى إلى	
النقطة M' ذات اللق z'	
(أ) بين أن $z' = \frac{1}{2}az$	0.25
(ب) استنتج أن $R(C) = B$ وأن $R(A) = D$	0.5
(ج) بين أن $\frac{b-a}{c-a} = \left(\frac{\sqrt{2}-1}{2}\right)a$ ثم استنتج قياسا للزاوية $(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AB})$	0.5

الصفحة	3	NS 22	الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا - الدورة العادية 2023 - الموضوع	↔σ
4			- مادة: الرياضيات- شعبة العلوم التجريبية مسلك علوم الحياة والأرض ومسلك العلوم الفيزيائية ومسلك العلوم الزراعية	ψμ

التمرين الثالث (3 نقط):

يحتوي صندوق U_1 على ست كرات تحمل الأعداد: 0، 0، 1، 1، 1، 2
ويحتوي صندوق U_2 على خمس كرات تحمل الأعداد: 1، 1، 1، 2، 2.
نفترض أنه لا يمكن التمييز بين كرات الصندوقين باللمس.
نعتبر التجربة العشوائية التالية: نسحب كرة من الصندوق U_1 ، نسجل العدد a الذي تحمله، ثم نضعها في الصندوق U_2 وبعد ذلك نسحب كرة من الصندوق U_2 ونسجل العدد b الذي تحمله.
نعتبر الحدثين: A " الكرة المسحوبة من U_1 تحمل العدد 1 "
 B " الجداء ab يساوي 2 "

1 أ) أحسب $p(A)$ ، احتمال الحدث A 0.5

ب) بين أن $p(B) = \frac{1}{4}$ (يمكن استعمال شجرة الإمكانيات) 0.5

2 أ) أحسب $p(A/B)$ ، احتمال الحدث A علما أن الحدث B محقق. 0.75

3 ليكن X المتغير العشوائي الذي يربط كل نتيجة للتجربة بالجداء ab

أ) بين أن $p(X=0) = \frac{1}{3}$ 0.25

ب) اعط قانون احتمال X (لاحظ أن القيم التي يأخذها X هي: 0 و 1 و 2 و 4) 0.5

ج) نعتبر الحدثين: M " الجداء ab زوجي غير منعدم " و N " الجداء ab يساوي 1 " 0.5

بين أن الحدثين M و N متساويا الاحتمال.

المسألة (11 نقط):

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $[0, +\infty[$ بما يلي: $f(x) = 2 - \frac{2}{x} + (1 - \ln x)^2$

ليكن (C_f) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم $(O; \vec{i}, \vec{j})$ (الوحدة: 1cm)

1 أ) تحقق أن لكل x من $[0, +\infty[$: $f(x) = \frac{3x - 2 - 2x \ln x + x(\ln x)^2}{x}$ 0.25

ب) بين أن $\lim_{x \rightarrow 0^+} x(\ln x)^2 = 0$ وأن $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(\ln x)^2}{x} = 0$ (يمكن وضع $t = \sqrt{x}$) 0.5

ج) استنتج أن $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -\infty$ ثم أعط تأويلا هندسيا للنتيجة. 0.5

د) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ثم بين أن المنحنى (C_f) يقبل فرعاً شلجيمياً، اتجاهه محور الأفاصيل بجوار $+\infty$ 0.75

2 بين أن $f'(x) = \frac{2(1-x+x \ln x)}{x^2}$ لكل x من $[0, +\infty[$ 0.5

(3) باستثمار جدول التغيرات أسفله للدالة المشتقة f' للدالة f على المجال $]0, +\infty[$:

x	0	1	β	$+\infty$
$f'(x)$	$+\infty$	$\searrow 0$	$\nearrow f'(\beta)$	$\searrow 0$

(نعطي $\beta \approx 4,9$)

(أ) أثبت أن الدالة f تزايدية قطعاً على المجال $]0, +\infty[$ ثم ضع جدول تغيرات f .

0.5

(ب) أنشئ جدول إشارة الدالة المشتقة الثانية f'' للدالة f على المجال $]0, +\infty[$

0.5

(ج) استنتج تقعر المنحنى (C_f) محدداً أفصولي نقطتي انعطافه.

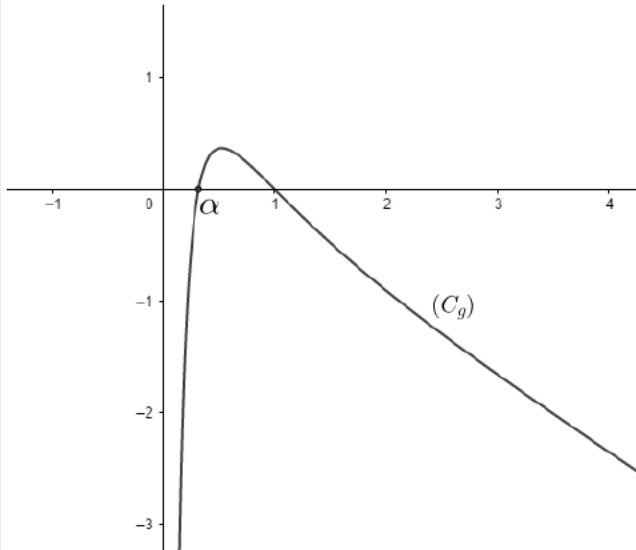
1

(4) المنحنى (C_g) جانبه، تمثيل مبياني للدالة

$g: x \mapsto f(x) - x$ والتي تنعدم في α و 1

($\alpha \approx 0,3$)

ليكن (Δ) المستقيم ذو المعادلة $y = x$



(أ) انطلاقاً من المنحنى (C_g) ، حدد إشارة الدالة g على $]0, +\infty[$

0.5

(ب) استنتج أن المستقيم (Δ) يوجد تحت (C_f) على المجال $[\alpha, 1]$ وفوق (C_f) على كل من $]0, \alpha[$ و $]1, +\infty[$

0.5

(5) أنشئ المنحنى (C_f) والمستقيم (Δ) في المعلم $(O; \vec{i}, \vec{j})$ (نأخذ $\alpha \approx 0,3$ و $\beta \approx 4,9$ و $f(\beta) \approx 1,9$)

1.5

(6) أ) تحقق أن الدالة $x \mapsto 2x - x \ln x$ دالة أصلية للدالة $x \mapsto 1 - \ln x$ على $[\alpha, 1]$

0.5

(ب) باستعمال مكاملة بالأجزاء، بين أن $\int_{\alpha}^1 (1 - \ln x)^2 dx = 5(1 - \alpha) + \alpha(4 - \ln \alpha) \ln \alpha$

1

(ج) استنتج بدلالة α مساحة حيز المستوى المحصور بين منحنى الدالة f ومحور الأفاصل

0.75

والمستقيمين اللذين معادلتيهما: $x = 1$ و $x = \alpha$

(7) لتكن (u_n) المتتالية العددية المعرفة بـ $u_0 \in]\alpha, 1[$ والعلاقة $u_{n+1} = f(u_n)$ لكل n من $\mathbb{N}$

(أ) بين بالترجع أن $\alpha < u_n < 1$ لكل n من $\mathbb{N}$

0.5

(ب) بين أن المتتالية (u_n) تزايدية. (يمكن استعمال السؤال (4) ب)

0.5

(ج) استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة واحسب نهايتها.

0.75

- نأخذ بعين الاعتبار مختلف مراحل الحل ونقبل كل طريقة صحيحة تؤدي إلى الحل -

التمرين	السؤال	التنقيط	عناصر الإجابة
التمرين الأول	(1 أ)	25.0	
	(ب)	0.5	0.25 للمساحة و 0.25 للمسافة
	(2 أ)	0.25	
	(ب)	0.5	0.25 للنقطة D، المسقط العمودي ل Ω على (ABC) و 0.25 لحساب $D\Omega$
	(3 أ)	0.5	0.25 للمركز Ω و 0.25 للشعاع 3
	(ب)	0.5	0.25 للتماس و 0.25 لنقطة التماس D
	(4)	0.5	0.25 لكل معادلة: $2x + y + 2z - 12 = 0$ و $2x + y + 2z - 24 = 0$
	التمرين الثاني	(1)	0.25
(2 أ)		0.25	
(ب)		0.5	0.25 للمتساوية و 0.25 لاستقامية النقط
(3 أ)		0.25	
(ب)		0.5	0.25 للعلاقة $\arg a + \arg c \equiv \arg b [2\pi]$ و 0.25 لتتمة الحساب
(4 أ)		0.25	
(ب)		0.5	2×0.25
(ج)		0.5	0.25 للعلاقة و 0.25 لقياس الزاوية
التمرين الثالث	(1 أ)	0.5	0.25 للصيغة و 0.25 ل $\frac{1}{2} p(A)$
	(ب)	0.5	0.25 للطريقة و 0.25 للحساب
	(2)	0.75	0.5 للطريقة و 0.25 للنتيجة $p(A/B) = \frac{2}{3}$
	(3 أ)	0.25	
	(ب)	0.5	0.25 ل $p(X=1)$ و 0.25 ل $p(X=4)$
	(ج)	0.5	0.25 ل $p(M) = \frac{1}{3}$ و 0.25 للمقارنة

السؤال	التنقيط	عناصر الإجابة
(1) أ	0.25	
ب	0.5	0.25 لحساب كل نهاية
ج	0.5	0.25 لحساب النهاية و 0.25 للتأويل الهندسي
د	0.75	0.25 لحساب النهاية و 0.5 للفرع الشلجي
(2)	0.5	0.25 لصيغ الاشتقاق و 0.25 للحساب
(3) أ	0.5	2×0.25
ب	0.5	0.25 للإشارات و 0.25 لـ $f''(1) = f''(\beta) = 0$
ج	1	0.5 لتقعر المنحنى و 0.25 لكل نقطة انعطاف
(4) أ	0.5	
ب	0.5	0.25 لكل وضع نسبي
(5)	1.5	أنظر المبيان أسفله: 0.25 لإنشاء (Δ) و 0.25 للمماس في 1 و 0.25 للفرع الشلجي و 0.25 للمقارب العمودي و 0.25 لتقاطع المنحنى مع (Δ) و 0.25 لتغيير التقعر عند النقطة التي أفصولها β
(6) أ	0.5	0.25 لاستحضار تعريف الدالة الأصلية و 0.25 للنتيجة
ب	1	0.5 لتقنية المكاملة بالأجزاء و 0.5 للحساب
ج	0.75	0.25 لصيغة المساحة و 0.25 لحساب $\int_{\alpha}^1 \left(2 - \frac{2}{x}\right) dx$ و 0.25 لتتمة الحساب
(7) أ	0.5	0.25 لمبدأ التراجع و 0.25 لبقية الحساب
ب	0.5	
ج	0.75	0.25 للمعطيات الضرورية للمتتالية (اتصال الدالة، استقرار المجال) و 0.25 لتعليل التقارب و 0.25 لحساب النهاية.

المسألة

